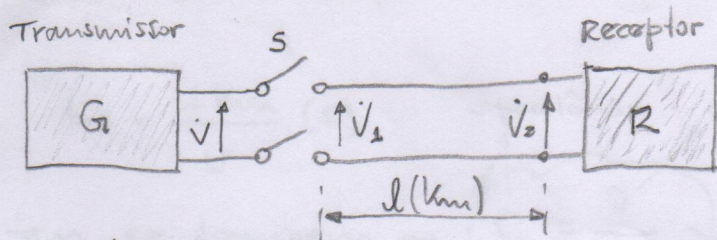
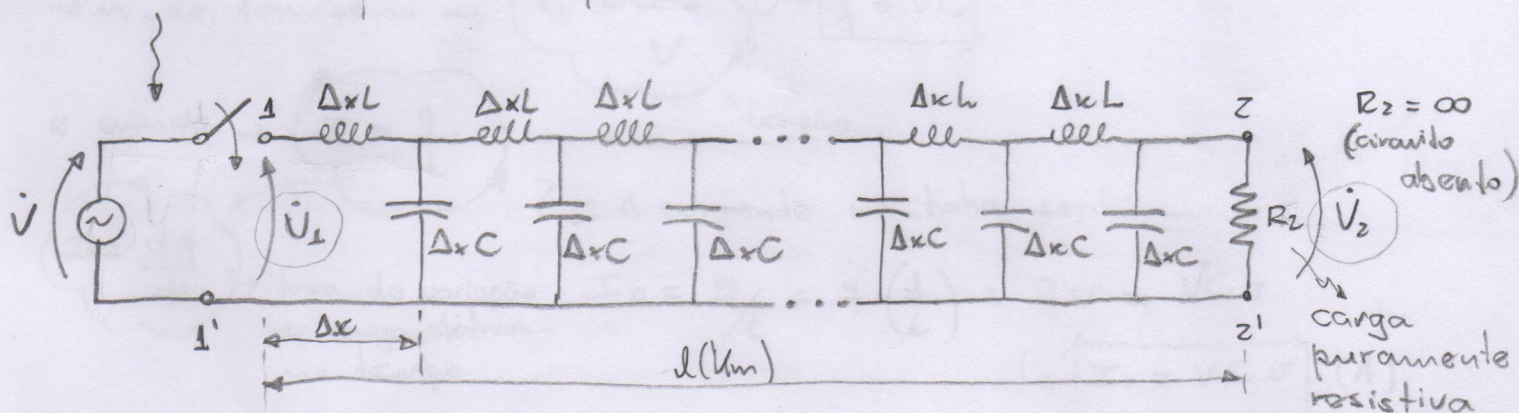


O fenômeno da energização da LT



⇒ linha bifilar ideal
(clássica ⇒ Fonte → Carga)



⇒ Entre dois condutores separados por dielétricos (no caso, o ar), tem-se uma capacitância C (F/km) e uma indutância L (H/km).

⇒ No instante $t=0$ (fechamento da chave 'S') ⇒ $\begin{cases} \Delta x C \\ \Delta x L \end{cases}$

↳ A tensão V somente poderá aparecer nos terminais do primeiro elemento infinitesimal após Δt (s).

↳ A corrente passando em $\Delta x L$ não pode atingir instantaneamente seu valor I_0 (A)...

↳ e levará outro Δt (s) para que o capacitor do trecho $\Delta x C$ seguinte atinja o valor V , e assim sucessivamente.

⇒ A corrente fornecida pela fonte se mantém constante uma vez atingido o valor I_0 (A) = corrente de carga da linha.

∴ Portanto, decorre um tempo entre o instante de energização da linha e o instante em que essa tensão pode ser medida no receptor (carga).

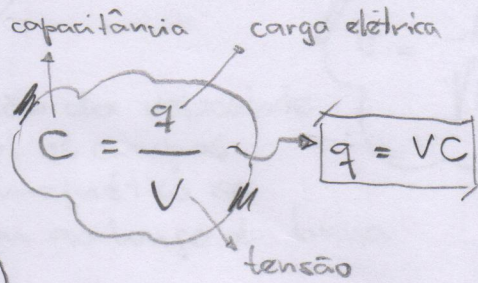
Assim, pode-se definir uma velocidade de propagação

$$v = \frac{l}{T} \text{ (km/s)} \rightarrow \begin{cases} l = \text{comprimento da linha} \\ T = \text{tempo necessário até que } V_2 = V \text{ na linha a vazio.} \end{cases}$$

Considerando-se um trecho de linha com $l = 1 \text{ km}$,
sendo $t_1(s)$ o tempo necessário para energizar esse trecho unitário:

$$t_1 = \frac{1 \text{ km}}{v} (s)$$

tem-se também $\rightarrow$



e ainda $\rightarrow$ $I = \frac{q}{t}$

$\rightarrow$ A corrente na linha será:

$I = \frac{dq}{dt}$ $\rightarrow$ taxa de variação de carga elétrica no tempo

$$I_0 = \frac{q}{t} = q \cdot \left(\frac{1}{t}\right) = qv = VCv$$

$$I_0 = VCv \quad (A)$$

Dessa forma:

$$Z_0 = \frac{V}{I_0} = \frac{V}{VCv} = \frac{1}{Cv}$$

$\downarrow$
Independente do comprimento da linha

(A) $Z_0 = \frac{V}{I_0} = \frac{1}{Cv} (\Omega) \rightarrow$ Impedância de entrada da linha (Impedância Própria)

considerando-se agora um elemento de linha com comprimento $\Delta x (\text{km})$:

$\Delta t \rightarrow$ é o período de tempo durante o qual em Δx , a corrente irá de zero até $I_0(A)$.

$\Rightarrow$ $FEM = -\Delta x L \frac{dI_0}{dt}$ $\rightarrow$ $FEM = -\frac{I_0 \Delta x L}{\Delta t}$
 $\rightarrow$ Lei de Faraday (Lenz)

Porém: $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} (s) \rightarrow FEM = -\frac{I_0 v \Delta x L}{\Delta x}$

$$FEM = -I_0 v L (V)$$

Como essa FEM deve ser neutralizada pela tensão da fonte (Lei de Kirchhoff das tensões)

$\rightarrow V = + I_0 L v$ $\rightarrow I_0 = \frac{V}{Lv}$

como: $Z_0 = \frac{V}{I_0} \Rightarrow Z_0 = Lv \times \frac{Lv}{V} \Rightarrow Z_0 = Lv (\Omega)$ (B)

$$\textcircled{A} \rightarrow Z_0 = \frac{1}{Cv} (\Omega)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Cv} = Lv \Rightarrow v^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\textcircled{B} \rightarrow Z_0 = Lv (\Omega)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ (km/s)}$$

expressão da velocidade com a qual os campos elétrico e magnético se propagam ao longo da linha

$$Z_0^2 = L^2 \left(\frac{1}{\sqrt{LC}} \right)^2 = L^2 \frac{1}{LC} = \frac{L}{C}$$

$$Z_0 = \sqrt{L/C}$$

Para uma linha a dois condutores, no ar ou no vácuo, valem as seguintes expressões:

$$L = 2 \times 10^{-4} \ln \frac{D}{r} \text{ (H/km)}$$

onde:

$$C = \frac{1}{18 \times 10^6 \ln \frac{D}{r}} \text{ (F/km)}$$

$D \rightarrow$ dist. entre condutores
 $r \rightarrow$ raio do condutor

$$\text{Assim} \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{2 \times 10^{-4} \ln \frac{D}{r} \times \frac{1}{18 \times 10^6 \ln \frac{D}{r}}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 \times 10^{-4}}{18 \times 10^6}}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\frac{10^{-10}}{9}}} = \frac{1}{\frac{10^{-5}}{3}} = \frac{3}{10^{-5}} = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$$

$$v = 300.000 \text{ km/s} \rightarrow \text{velocidade da luz no vácuo!!}$$

E mais uma coisa:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-4} \ln D/r}{\frac{1}{18 \times 10^6 \ln D/r}}} = \sqrt{(2 \times 10^{-4}) \ln \frac{D}{r} \times (18 \times 10^6) \ln \frac{D}{r}}$$

$$Z_0 = \sqrt{36 \times 10^2 \times \ln^2 \frac{D}{r}} \Rightarrow Z_0 = 60 \times \ln \frac{D}{r} (\Omega)$$

Relações de Energia:

→ A cada intervalo Δt_x , necessário para energizar um trecho de linha de comprimento Δx , a fonte fornecerá a mesma quantidade de energia:

$$\Delta E = V I_0 \Delta t_x \rightarrow \text{Se a linha for ideal (sem perdas) para onde irá essa energia?}$$

↳ para os campos elétrico e magnético!!

(Energias)

• Campo Magnético → $\Delta E_m = \frac{I_0^2 L \Delta x}{2} \text{ (Ws)}$

• Campo Elétrico → $\Delta E_e = \frac{V^2 C \Delta x}{2} \text{ (Ws)}$

$$\therefore \text{Energia Total} = \frac{1}{2} I_0^2 L \Delta x + \frac{1}{2} V^2 C \Delta x \text{ (Ws)}$$

A quantidade de energia armazenada pelo campo elétrico é exatamente igual à energia armazenada no campo magnético!!

Tem-se que: $\left\{ \begin{array}{l} V = I_0 Z_0 \\ Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{array} \right\} \rightarrow V = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}$

Assim, $\Delta E_e = \left(I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 \times \frac{C \Delta x}{2} = \frac{I_0^2 L \Delta x}{2} \Rightarrow \Delta E_e = \frac{1}{2} I_0^2 L \Delta x$

∴ cada um dos campos armazena metade da quantidade de energia fornecida pelo fonte.

↳ Processo continua indefinidamente se a linha tiver um comprimento infinito.

↳ Contudo, as linhas reais possuem comprimentos finitos.

A terminação da linha, portanto, resulta em algumas particularidades específicas, a depender da terminação da linha (receptor)

→ $R_2 = Z_0$

Caso 1) $R_2 = Z_0$

Linha ideal $\Rightarrow$ Toda a energia fornecida pela fonte será dissipada em R_2

$$|R_2| = |Z_0| \rightarrow V = I_0 Z_0 = I_0 R_2$$

$$\hookrightarrow I_0 = \frac{V}{Z_0} = \frac{V}{R_2} \quad V = R_2 I_0$$

$\rightarrow$ Energia $\rightarrow$ $V I_0 \Delta t = I_0^2 R_2 \Delta t$ (Ws)

$\Rightarrow$ A corrente I_0 da linha não sofrerá alteração, permanecendo com a mesma intensidade inicial, como se a linha fosse de comprimento infinito

Assim, quando $(R_2 = Z_0) \Rightarrow$ Linha de comprimento infinito

Caso 2) $R_2 > Z_0$

• quando o valor de R_2 for diferente de Z_0 , o equilíbrio de energias será alterado.

Considerando $\begin{pmatrix} I_2 \\ R_2 \end{pmatrix} \rightarrow$ caso base $(R_2 = Z_0)$

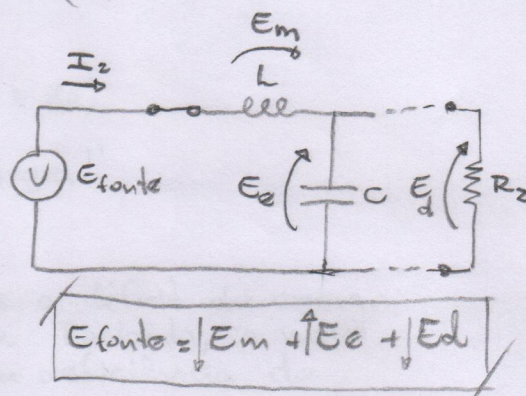
$$I_2' < I_2 \rightarrow I_2' < I_0 \Rightarrow (I_2')^2 R_2' < (I_2)^2 R_2$$

$$\hookrightarrow (I_2')^2 R_2' < (I_0)^2 R_2$$

Assim, um novo estado de equilíbrio deverá ocorrer, pois o excesso de energia não pode ser "destruído" $\Rightarrow$ (Lei da conservação)

Único destino portanto $\Rightarrow$ CAMPO ELÉTRICO !!

$\Rightarrow$ Redução na corrente $\Rightarrow$ Redução energia no campo magnético



A partir do momento em que I_2' começa a fluir através de R_2 , o campo elétrico recebe a energia excedente.

$\hookrightarrow$ Elevação de Tensão

Exemplo:

Caso extremo $\rightarrow (R_2 = \infty) \rightarrow$ linha de comprimento finito aberta no receptor

• $I_2' \rightarrow 0 A$, progressivamente, do transmissor ao receptor

• O campo elétrico terá que armazenar toda a energia

Seja V_2 o valor de tensão que a linha terá junto ao receptor, a energia armazenada em um Δx de linha será:

$$E_{\Delta x} = \frac{1}{2} V_2^2 C \Delta x \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{como } I_2' = 0, \text{ o campo magnético} \\ \text{não pode armazenar energia} \end{array} \right.$$

$\rightarrow$ o campo elétrico armazena toda a energia

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Antes} \rightarrow (50\% E_e + 50\% E_m) \rightarrow 2 \times \frac{1}{2} V^2 C \Delta x = V^2 C \Delta x \\ \text{Agora} \rightarrow (100\% E_e) \rightarrow 2 \times V^2 C \Delta x \end{array} \right.$$

$$\therefore \frac{1}{2} V_2^2 C \Delta x = 2 V^2 C \Delta x \rightarrow V_2^2 = 4 V^2 \Rightarrow V_2 = 2V$$

$\Rightarrow$ Em uma linha ideal aberta a tensão no terminal receptor será o dobro da tensão aplicada no terminal transmissor

$\rightarrow$ (Efeito Ferranti)

Caso 3) $\rightarrow R_2 < Z_0$

$\rightarrow$ caso base $\rightarrow (R_2 = Z_0)$

$$\Rightarrow I_2'' > I_0 \Rightarrow I_2''^2 R_2'' > I_2^2 R_2 \Rightarrow \text{déficit de energia!}$$

Um novo estado de equilíbrio deverá ocorrer, pois o déficit de energia não poderá ser suprido de imediato pela linha. Portanto, o novo estado de equilíbrio somente será atingido se a deficiência de energia for suprida pela própria linha, às expensas da energia armazenado no processo de energização.

Como $I_2'' > I_0 \rightarrow$ O campo magnético armazena mais energia, o que só pode ser feito às custas do campo

Exemplo:

Caso extremo $\Rightarrow R_z = 0$

- A tensão V_z será nula
- A corrente no receptor aumenta ($I_z'' > I_0$)

A energia no campo magnético em Δx de linha será agora:

$$E_m = \frac{1}{2} L (I_z'')^2 \Delta x \quad \textcircled{A}$$

$\Rightarrow$ Porém, a soma das energias armazenadas nos dois campos era:

$$E_m = E_e = L I_0^2 \Delta x$$

E a fonte em Δt fornecerá mais $L I_0^2 \Delta x$

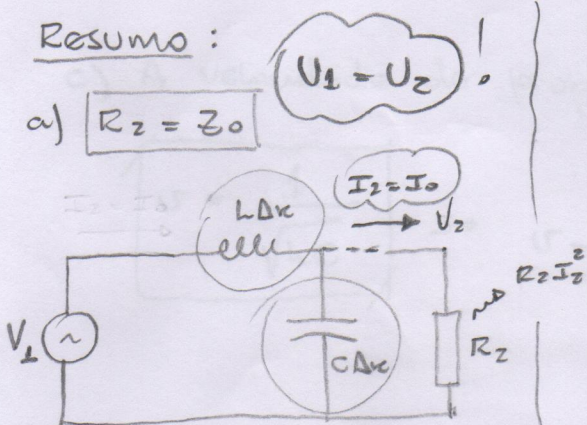
$\therefore$ O campo magnético terá que armazenar $(2 \times L I_0 \Delta x)$ (B)

$$\Rightarrow \textcircled{A} = \textcircled{B} \rightarrow \frac{1}{2} L (I_z'')^2 \Delta x = 2 L I_0^2 \Delta x$$

$$(I_z'')^2 = 4 I_0^2 \quad \therefore I_z'' = 2 I_0$$

Resumo:

a) $R_z = Z_0$

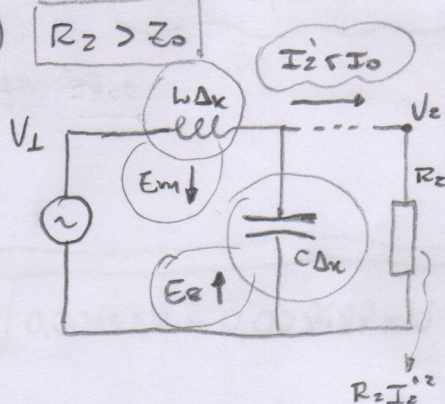


- toda a energia fornecida pela fonte será dissipada em R_z
- A relação das energias armazenadas na linha não se alteram

$$E_m = E_e$$

$$V_1 I_0 \Delta t = I_0^2 R_z \Delta t$$

b) $R_z > Z_0$

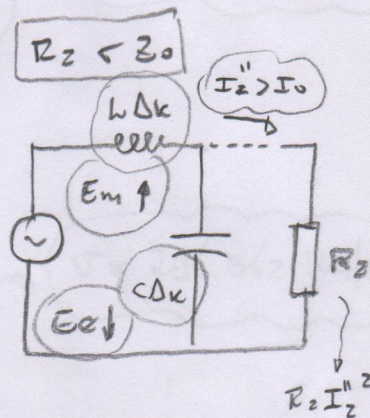


- haverá sobra de energia.
- como a corrente diminui, a energia armazenada no campo magnético diminui.

$\hookrightarrow$ O campo elétrico deve armazenar a energia excedente

$\hookrightarrow V_z \rightarrow$ aumenta!

c) $R_z < Z_0$

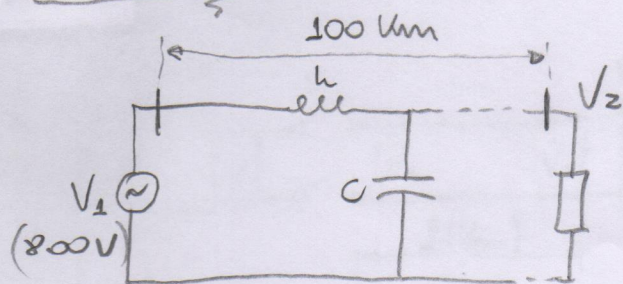


- haverá déficit de energia.
- como a corrente aumenta, a energia armazenada no campo magnético aumenta

$\hookrightarrow$ O campo elétrico deve ceder energia armazenada

$\hookrightarrow V_z \rightarrow$ diminui!

Exercício:



$$\left. \begin{aligned} L &= 0,001358 \text{ H/km} \\ C &= 0,008488 \times 10^{-6} \text{ F/km} \end{aligned} \right\}$$

a) Calcule Z_0 :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,001358}{0,008488 \times 10^{-6}}} \Rightarrow Z_0 = 400 \Omega$$

b) A energia armazenada por km/linha nos campos elétrico e magnético:

$$E_m = \frac{1}{2} I_0^2 L \quad \rightarrow \quad I_0 = \frac{V_1}{Z_0} = \frac{800}{400} \Rightarrow I_0 = 2 \text{ A}$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2} (2)^2 \times 0,001358 \Rightarrow E_m = 0,002716 \text{ Ws}$$

$$E_e = \frac{1}{2} U^2 C \quad \rightarrow \quad E_e = \frac{1}{2} (800)^2 \times 0,008488 \times 10^{-6}$$

$$E_e = 0,002716 \text{ Ws}$$

$$E_T = E_m + E_e$$

$$E_T = 0,005432 \text{ Ws}$$

c) A velocidade de propagação:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad v = \frac{1}{\sqrt{0,001358 \times 0,008488 \times 10^{-6}}} \Rightarrow v = 294.542 \text{ km/s}$$

e) A tensão no receptor no instante $t = \frac{30}{v}$ após a energização da linha.

Assim, pode-se definir uma velocidade de propagação.

$$Z_T = \frac{100 \pi}{T} \quad \rightarrow \quad v = \frac{d}{t} \text{ (km/s)}$$

d = comprimento da linha
 t = tempo necessário até que $V_2 = V$ na linha a vazia.

A constante de propagação :

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$\gamma \rightarrow$ cte. de propagação

$\alpha \rightarrow$ cte. de atenuação

$\beta \rightarrow$ cte. de fase

• faz com que a amplitude do sinal diminua enquanto se propaga!

$\alpha \rightarrow$ Neper/m

$\beta \rightarrow$ rad. ou graus/m

• representa a fase, ou o atraso do sinal ao longo da linha de transmissão

Para β = fase da velocidade de propagação é fixa a teoria de circuitos não calcula de β da propagação.

$\Delta\phi$ = atraso entre V_A e V_B

Atenuação $\rightarrow \Delta\phi = \beta l$ β = constante de fase
 l = comprimento

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

λ = comp. de onda
 f = frequência
 v = vel. propagação

a) $\left\{ \begin{array}{l} l = 1 \text{ km} \\ f = 60 \text{ Hz} \end{array} \right.$

$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{60} = 5 \times 10^6 \text{ m} = 5.000 \text{ km}$

$\hookrightarrow$ grau de fase = 360°

$$\therefore \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi}{5.000.000} \times 1000$$

$$\Delta\phi = 0,00126 \text{ rad}$$

$\hookrightarrow$ desprezível!

$$\Delta\phi = 0,072^\circ$$

b) $\left\{ \begin{array}{l} l = 1000 \text{ km} \\ f = 60 \text{ Hz} \end{array} \right.$

$\lambda = 5 \times 10^6 \text{ m}$

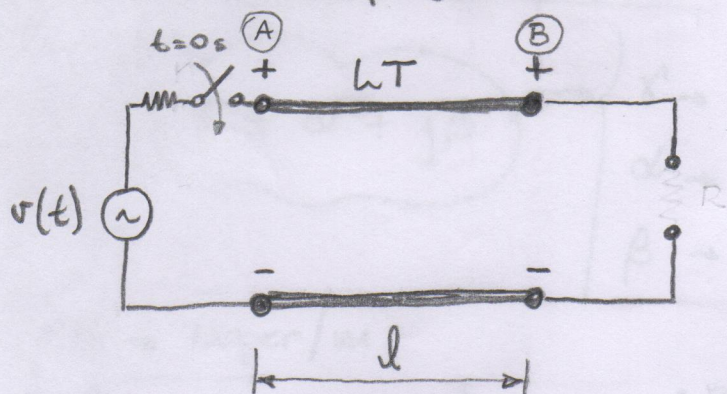
$$\therefore \Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{5.000.000} \right) (10.000.000) \Rightarrow \Delta\phi = 1,253 \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = 72^\circ$$

não é desprezível!!

A tensão V_B estará 72° atrasada da tensão V_A

Análise de propagação:



* A teoria de circuitos somente pode ser utilizada quando:

$$l \ll \lambda$$

$$v_{\text{propagação}} = 300.000 \text{ km/s}$$

$$\text{ou } 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

→ Velocidade da luz no vácuo.

$$V_A = V_B \text{ } \rightarrow \text{linha aberta!!}$$

Pela teoria de circuitos $\rightarrow$ em $t=0 \Rightarrow V_A$ em fase com V_B

Porém, como a velocidade de propagação é finita, a teoria de circuitos não considera os atrasos na propagação.

→ Aparece um atraso entre V_A e V_B

Atraso $\rightarrow$

$$\Delta\phi = \beta l$$

β = constante de fase
 l = comprimento

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} l$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

λ = comp. de onda
 f = frequência
 v = vel. propagação

a) $l = 1 \text{ km}$
 $f = 60 \text{ Hz}$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{60} = 5 \times 10^6 \text{ m} = 5.000 \text{ km}$$

→ giro de fase = 360°

$$\therefore \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi}{5.000.000} \times 1000$$

$$\Delta\phi = 0,00126 \text{ rad}$$

→ desprezível!

b) $l = 1000 \text{ km}$
 $f = 60 \text{ Hz}$

$$\lambda = 5 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\Delta\phi = 0,072^\circ$$

$$\therefore \Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{5.000.000} \right) \times (1.000.000) \rightarrow \Delta\phi = 1,257 \text{ rad}$$

$$\Delta\phi = 72^\circ$$

não é desprezível!!

A tensão V_B estará 72° atrasada